

则 O 为 CD 的中点,
又 H 为 BC 的中点,
所以 $OH \parallel BD$,
又 $OH \subset$ 平面 FGH , $BD \subset$ 平面 FGH ,
所以 $BD \parallel$ 平面 FGH .

证法二:
在三棱台 $DEF-ABC$ 中,
由 $BC \parallel 2EF$, H 为 BC 的中点,
可得 $BH \parallel EF, BH = EF$,
所以 四边形 $BHFE$ 为平行四边形,
可得 $BE \parallel HF$.
在 $\triangle ABC$ 中, G 为 AC 的中点, H 为 BC 的中点,
所以 $GH \parallel AB$.
又 $GH \cap HF = H$, 所以 平面 $FGH \parallel$ 平面 $ABED$.
因为 $BD \subset$ 平面 $ABED$,
所以 $BD \parallel$ 平面 FGH .

— 120 —

(II) 解法一:
设 $AB = 2$, 则 $CF = 1$.
在三棱台 $DEF-ABC$ 中,
 G 为 AC 的中点,
由 $DF = \frac{1}{2}AC = GC$,
可得 四边形 $DGCF$ 为平行四边形,
因此 $DG \parallel FC$.
又 $FC \perp$ 平面 ABC ,
所以 $DG \perp$ 平面 ABC .
在 $\triangle ABC$ 中, 由 $AB \perp BC$, $\angle BAC = 45^\circ$, G 是 AC 中点,
所以 $AB = BC$, $GB \perp GC$,
因此 GB, GC, GD 两两垂直.
以 G 为坐标原点, 建立如图所示的空间直角坐标系 $G-xyz$.
所以 $G(0,0,0)$, $B(\sqrt{2},0,0)$, $C(0,\sqrt{2},0)$, $D(0,0,1)$.
可得 $H(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, 0)$, $F(0,\sqrt{2},1)$,
故 $\overrightarrow{GH} = (\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, 0)$, $\overrightarrow{GF} = (0,\sqrt{2},1)$.
设 $n = (x,y,z)$ 是平面 FGH 的一个法向量, 则
由 $\begin{cases} n \cdot \overrightarrow{GH} = 0, \\ n \cdot \overrightarrow{GF} = 0, \end{cases}$ 可得 $\begin{cases} x + y = 0, \\ \sqrt{2}y + z = 0. \end{cases}$
可得 平面 FGH 的一个法向量 $n = (1, 1, \sqrt{2})$.
因为 $\overrightarrow{GB}$ 是平面 $ACFD$ 的一个法向量, $\overrightarrow{GB} = (\sqrt{2}, 0, 0)$,
所以 $\cos\langle \overrightarrow{GH}, n \rangle = \frac{\overrightarrow{GB} \cdot n}{|\overrightarrow{GB}| \cdot |n|} = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$.
所以 平面 FGH 与平面 $ACFD$ 所成角 (锐角) 的大小为 60° .

解法二:
作 $HM \perp AC$ 于点 M , 作 $MN \perp GF$ 于点 N , 连接 NH .
由 $FC \perp$ 平面 ABC , 得 $BM \perp FC$.
又 $FC \cap AC = C$,
所以 $BM \perp$ 平面 $ACFD$.
因此 $GF \perp NH$,
所以 $\angle MNH$ 即为所求的角.

— 121 —

在 $\triangle BGC$ 中, $MH \parallel BG$, $MH = \frac{1}{2}BG = \frac{\sqrt{2}}{2}$,
由 $\triangle GNM \sim \triangle GCF$,
可得 $\frac{MN}{GC} = \frac{GM}{GF}$,
从而 $MN = \frac{\sqrt{6}}{6}$.
由 $BM \perp$ 平面 $ACFD$, $MN \subset$ 平面 $ACFD$,
得 $BM \perp MN$.
因此 $\tan\angle MNH = \frac{BM}{MN} = \sqrt{3}$,
所以 $\angle MNH = 60^\circ$.
所以 平面 FGH 与平面 $ACFD$ 所成角 (锐角) 的大小为 60° .

(18)

解: (I) 因为 $2S_n = 3^n + 3$,
所以 $2a_1 = 1 + 3$, 故 $a_1 = 3$,
当 $n \geq 1$ 时, $2S_{n+1} = 3^{n+1} + 3$,
此时 $2a_n = 2S_n - 2S_{n-1} = 3^n - 3^{n-1} = 2 \times 3^{n-1}$, 即 $a_n = 3^{n-1}$,
所以 $a_n = \begin{cases} 3, & n=1, \\ 3^{n-1}, & n \geq 2. \end{cases}$

(II) 因为 $a_n b_n = \log_3 a_n$, 所以 $b_n = \frac{1}{3}$.
当 $n \geq 1$ 时, $b_n = 3^{-n} \log_3 3^{n-1} = (n-1) \times 3^{1-n}$.
所以 $T_n = b_1 + b_2 + b_3 + \cdots + b_n = \frac{1}{3} + (1 \times 3^{-2} + 2 \times 3^{-3} + \cdots + (n-1) \times 3^{1-n})$,
所以 $3T_n = 1 + (1 \times 3^{-1} + 2 \times 3^{-2} + \cdots + (n-1) \times 3^{1-n})$,
两式相减, 得
 $2T_n = \frac{2}{3} + (3^0 + 3^{-1} + 3^{-2} + \cdots + 3^{1-n}) - (n-1) \times 3^{1-n}$
 $= \frac{2}{3} + \frac{1-3^{1-n}}{1-3} - (n-1) \times 3^{1-n}$
 $= \frac{13}{6} - \frac{6n+3}{2 \times 3^n}$.

— 122 —

所以 $T_n = \frac{13}{12} - \frac{6n+3}{4 \times 3^n}$.
经检验, $n=1$ 时也适合.
综上所述 $T_n = \frac{13}{12} - \frac{6n+3}{4 \times 3^n}$.

(19)

解: (I) 个位数是 5 的 “三位递增数” 有
125, 135, 145, 235, 245, 345;
(II) 由题意知, 全部 “三位递增数” 的个数为 $C_9^3 = 84$.
随机变量 X 的取值为: 0, -1, 1, 因此
 $P(X=0) = \frac{C_9^1}{C_9^3} = \frac{2}{3}$,
 $P(X=-1) = \frac{C_9^2}{C_9^3} = \frac{1}{14}$,
 $P(X=1) = 1 - \frac{1}{14} - \frac{2}{3} = \frac{11}{42}$.
所以 X 的分布列为

X	0	-1	1
P	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{11}{42}$

则 $EX = 0 \times \frac{2}{3} + (-1) \times \frac{1}{14} + 1 \times \frac{11}{42} = \frac{4}{21}$.

(20)

解: (I) 由题意知 $2a = 4$, 则 $a = 2$.
又 $\frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $a^2 - c^2 = b^2$,
可得 $b = 1$.
所以 椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$.
(II) 由 (I) 知 椭圆 E 的方程为 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$.
(i) 设 $P(x_1, y_1)$, $\frac{|OQ|}{|OP|} = \lambda$. 由题意知 $Q(-\lambda x_1, -\lambda y_1)$.
因为 $\frac{x_1^2}{4} + y_1^2 = 1$,
又 $\frac{(-\lambda x_1)^2}{16} + \frac{(-\lambda y_1)^2}{4} = 1$, 即 $\frac{\lambda^2}{4} (\frac{x_1^2}{4} + y_1^2) = 1$,
所以 $\lambda = 2$, 即 $\frac{|OQ|}{|OP|} = 2$.

— 123 —

(II) 设 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$.
将 $y = kx + m$ 代入椭圆 E 的方程,
可得 $(1 + 4k^2)x^2 + 8kmx + 4m^2 - 16 = 0$,
由 $\Delta > 0$, 可得 $m^2 < 4 + 16k^2$.
则有 $x_1 + x_2 = -\frac{8km}{1 + 4k^2}$, $x_1 x_2 = \frac{4m^2 - 16}{1 + 4k^2}$.
所以 $|x_1 - x_2| = \frac{4\sqrt{16k^2 + 4 - m^2}}{1 + 4k^2}$.
因为 直线 $y = kx + m$ 与 y 轴交点的坐标为 $(0, m)$,
所以 $\triangle OAB$ 的面积 $S = \frac{1}{2} |m| |x_1 - x_2|$
 $= \frac{2\sqrt{16k^2 + 4 - m^2} |m|}{1 + 4k^2}$
 $= \frac{2\sqrt{(16k^2 + 4 - m^2)m^2}}{1 + 4k^2}$
 $= 2\sqrt{(4 - \frac{m^2}{1 + 4k^2}) \cdot \frac{m^2}{1 + 4k^2}}$.

设 $\frac{m^2}{1 + 4k^2} = t$.
将 $y = kx + m$ 代入椭圆 C 的方程,
可得 $(1 + 4k^2)x^2 + 8kmx + 4m^2 - 4 = 0$.
由 $\Delta \geq 0$, 可得 $m^2 \leq 1 - 4k^2$.
由①②可知 $0 < t \leq 1$,
因此 $S = 2\sqrt{(4-t)t} = 2\sqrt{-t^2 + 4t}$.
故 $S \leq 2\sqrt{3}$,
当且仅当 $t = 1$, 即 $m^2 = 1 - 4k^2$ 时取得最大值 $2\sqrt{3}$.
由 (i) 知, $\triangle ABQ$ 面积为 $3S$,
所以 $\triangle ABQ$ 面积的最大值为 $6\sqrt{3}$.

— 124 —

解: (I) 由题意知 函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-1, +\infty)$.
 $f'(x) = \frac{1}{x+1} + a(2x-1) = \frac{2ax^2 + ax - a + 1}{x+1}$.
令 $g(x) = 2ax^2 + ax - a + 1$, $x \in (-1, +\infty)$.
(i) 当 $a = 0$ 时, $g(x) = 1$.
此时 $f'(x) > 0$, 函数 $f(x)$ 在 $(-1, +\infty)$ 单调递增, 无极值点;
(2) 当 $a > 0$ 时, $\Delta = a^2 - 8a(1-a) = a(9a-8)$.
①当 $0 < a \leq \frac{8}{9}$ 时, $\Delta \leq 0$, $g(x) \geq 0$,
 $f'(x) \geq 0$, 函数 $f(x)$ 在 $(-1, +\infty)$ 单调递增, 无极值点;

— 125 —

②当 $a > \frac{8}{9}$ 时, $\Delta > 0$,
设方程 $2ax^2 + ax - a + 1 = 0$ 的两根为 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$.
因为 $x_1 + x_2 = -\frac{1}{2}$,
所以 $x_1 < -\frac{1}{4}$, $x_2 > -\frac{1}{4}$.
由 $g(-1) = 1 > 0$, 可得 $-1 < x_1 < -\frac{1}{4}$.
所以 当 $x \in (-1, x_1)$ 时, $g(x) > 0$, $f'(x) > 0$, 函数 $f(x)$ 单调递增;
当 $x \in (x_1, x_2)$ 时, $g(x) < 0$, $f'(x) < 0$, 函数 $f(x)$ 单调递减;
当 $x \in (x_2, +\infty)$ 时, $g(x) > 0$, $f'(x) > 0$, 函数 $f(x)$ 单调递增;
因此 函数有两个极值点.
(3) 当 $a < 0$ 时, $\Delta > 0$,
由 $g(-1) = 1 > 0$, 可得 $x_1 < -1$.
当 $x \in (-1, x_2)$ 时, $g(x) > 0$, $f'(x) > 0$, 函数 $f(x)$ 单调递增;
当 $x \in (x_2, +\infty)$ 时, $g(x) < 0$, $f'(x) < 0$, 函数 $f(x)$ 单调递减;
所以 函数有一个极值点.

综上所述,
当 $a < 0$ 时, 函数 $f(x)$ 有一个极值点;
当 $0 \leq a \leq \frac{8}{9}$ 时, 函数 $f(x)$ 无极值点;
当 $a > \frac{8}{9}$ 时, 函数 $f(x)$ 有两个极值点.

— 125 —

(II) 由 (I) 知,
(i) 当 $0 \leq a \leq \frac{8}{9}$ 时, 函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增,
因为 $f(0) = 0$,
所以 $x \in (0, +\infty)$ 时, $f(x) > 0$, 符合题意;
(2) 当 $\frac{8}{9} < a \leq 1$ 时, 由 $g(0) \geq 0$, 得 $x_2 \leq 0$,
所以 函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增.
又 $f(0) = 0$, 所以 $x \in (0, +\infty)$ 时, $f(x) > 0$, 符合题意;
(3) 当 $a > 1$ 时, 由 $g(0) < 0$, 可得 $x_1 > 0$.
所以 $x \in (0, x_1)$ 时, 函数 $f(x)$ 单调递减;
因为 $f(0) = 0$,
所以 $x \in (0, x_1)$ 时, $f(x) < 0$, 不合题意;
(4) 当 $a < 0$ 时, 设 $h(x) = x \cdot \ln(x+1)$.
因为 $x \in (0, +\infty)$ 时, $h'(x) = 1 - \frac{1}{x+1} = \frac{x}{x+1} > 0$,
所以 $h(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增.
因此 当 $x \in (0, +\infty)$ 时, $h(x) > h(0) = 0$,
即 $\ln(x+1) < x$.
可得 $f(x) < x + a(x^2 - x) = ax^2 + (1-a)x$,
当 $x > 1 - \frac{1}{a}$ 时, $ax^2 + (1-a)x < 0$,
此时 $f(x) < 0$, 不合题意.

综上所述, a 的取值范围是 $[0, 1]$.

— 126 —

绝密★启用前

2015 年普通高等学校招生全国统一考试 (山东卷)

文科综合试题参考答案

第 I 卷

1. C	2. A	3. A	4. D	5. C	6. D	7. A
8. B	9. C	10. B	11. D	12. C	13. C	14. B
15. B	16. A	17. D	18. C	19. C	20. D	21. A
22. B	23. C	24. A	25. C	26. D	27. C	28. D
29. A	30. B	31. D	32. A	33. C	34. B	35. C

第 II 卷

36.

(1) 地形以山地、平原为主;地势东高西低。
(2) 地处大陆河口,距海近;位于季风带,西风从海洋带来大量水汽;地处迎风坡,多地形雨;沿岸受寒流影响,水汽易凝结成雾。
(3) 有利条件:夏季降水较多。
不利条件:夏季气温较高;冬季气温较低。
(4) 提供工业原料;发展旅游;开展科学考察;改善环境。

37.

(1) 高较多,具有技术和人才优势;政府政策支持;医药产业集聚;区内拥有航空港,高速公路贯穿,交通便捷;地处温带海洋性气候区,气候宜人,环境优美。
(2) 交通更加便利,有利于加强两国间的区域联系;降低交通成本,扩大跨国贸易量,促进区域经济发展。
(3) 赞成。理由:与现在大桥的位置相比, A 处位于海峡最窄处,工程量小,节约建设成本。
或答不赞成。理由是:与现在大桥的位置相比, A 处两岸的城市规模小,交通需求量小。(若有其他答案,言之有理,可酌情给分)

38.

(1) 城市坊市界限被打破,瓦子等娱乐场所出现,商品经济发展到新水平,社会上出现了追求奢靡享乐、消遣娱乐的现象。
面对社会生活对传统儒家伦理秩序的冲击,儒家学者把道德修养提升到“理”的高度,提出了“存天理,灭人欲”等思想,以“理”来约束人们的行为,进而规范社会秩序。

罗庄区高考补习学校是经临沂市教育局批准的一所规范化高考补习学校,学校拥有独立的教学大楼,教室宽敞明亮并装有柜式空调;高标准公寓楼,配有24小时值班的宿舍管理人员;学校有标准的餐厅楼,可为师生提供安全卫生价廉物美的饮食;各种体育设施一应俱全。

教师队伍年富力强,均来自名校,都是省市级的学科带头人和教学能手,精通考纲考题,熟悉应考策略,能较快的提升学生的成绩。

学校办学经验丰富,自2008成立以来,已经为各级各类院校输送近6000名学生。2014年高考,本科上线率理科高达71.3%、文科达到62.5%,双双名列全市前茅。在今年三月份全市一练考试中焦题名同学获得区文科状元,全市前十名,在五月份的全市第二次模拟考试理科侯宜杰、向高升两名同学物理学科取得满分的成绩,名列全市第一名。

2015年经市教育局同意批准高考补习学校除了继续招收高考补习班以外,另外面对全市招收8个高一班。

对于高一年级学校秉承要成才先成人 的办学理念,采取封闭式管理,强化品德教育,培养个性发展的能力,突出特色教学的优势,拓宽学生升学渠道。

道,除了普通班以外,还设有各类特长班。我们相信有一流的管理团队、优秀的师资力量、良好的办学条件、浓厚的学习氛围,三年后每一位热爱学习的学生都能圆其大学梦,成为德才兼备的有用之才。

这里是一所有利于学生身心发展的现代化校园,是临沂市又一所优质的全日制寄宿高中,这里是你成长的摇篮!是你放飞梦想的蓝天!

咨询电话: 高一:15725792772 7105185 15053961238 (金老师) 高补:15725789992 7105191 18753985728 (耿老师)